

解绝对值不等式

绝对值: 在数轴上, 一个数所对应的点与原点的距离。

① 大于取两边, 小于取中间。——例如: $|2x-1| > 3$

由 $|2x-1| > 3$ 可得, $2x-1 > 3$ 或 $2x-1 < -3$

由 $|2x-1| < 3$ 可得, $-3 < 2x-1 < 3$

② 一侧带绝对值, 一侧为含字母的式子。——例如: $|2x-1| < 3-x$

由 $|2x-1| < 3-x$ 可得

① 当 $2x-1 \geq 0$ 时, 可直接去绝对值, 则原式变为 $2x-1 < 3-x$ 。

② 当 $2x-1 < 0$ 时, $|2x-1|$ 去绝对值等于其相反数, 则原式变为 $1-2x < 3-x$

所以, $|2x-1| < 3-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2x-1 < 3-x \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2x-1 < 0 \\ 1-2x < 3-x \end{cases}$

最终结果, 取两个式子的并集 (\cup) 【两个式子分别为 ① $2x-1 < 3-x$ ② $1-2x < 3-x$ 】

③ 两侧都带绝对值。——例如: $|2x-1| < |3x+2|$

两边同时取平方, 然后解不等式。

所以由 $|2x-1| < |3x+2|$ 可得, $(2x-1)^2 < (3x+2)^2$ 解此不等式

④ 两个绝对值在同一侧。——例如: $|x+1| + |x-3| \geq 8$

第一步: 找 $x+1$ 与 $x-3$ 的 0 点。即令式子等于 0, 解出 x 的值。

第二步: 在坐标轴上进行标点, 画出区间。

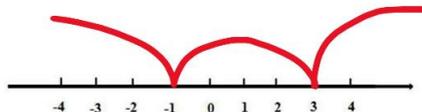
第三步: 分类讨论 (结果两大取其大, 两小取最小)

$$|x+1| + |x-3| \geq 8$$

解:

① 式子中的两个零点分别为 $x = -1$ 和 $x = 3$ 。

② 在坐标轴上进行标点, 画出区间。



③ 进行分类讨论。(两大取其大, 两小取其小)

1. $x \geq 3$ 时, $y = x+1+x-3 \geq 8$ 解得 $x \geq 5$

2. $-1 \leq x < 3$ 时, $y = x+1+3-x = 4 \because 4 \ngtr 8 \therefore$ 不成立

3. $x < 1$ 时, $y = -x-1+3-x \geq 8$ 解得 $x \leq -3$

综上所述, $|x+1|+|x-3| \geq 8$ 的 x 取值范围为 $x \geq 5$ 或 $x \leq -3$

附:

$|2x-1| < |3x+2|$ 解题过程

解:

$$(2x-1)^2 < (3x+2)^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 < 9x^2 + 12x + 4$$

$$4x^2 - 9x^2 - 4x - 12x + 1 - 4 < 0$$

$$-5x^2 - 16x - 3 < 0 \text{ (两边同时乘-1, 注意" < "要变为" > ")}$$

$$5x^2 + 16x + 3 > 0 \text{ (利用十字相乘解不等式)}$$

$$(5x+1)(x+3) > 0$$

$$x_1 = -\frac{1}{5} \quad x_2 = -3$$

所以 $x < -3$ 或 $x > -\frac{1}{5}$